

۵. تکنیک MAUT

تکنیک MAUT^۱ بر تشکیل تابع مطلوبیت DM برای هر شاخص به صورت جداگانه و طبق نظر خبرگان تأکید دارد و با ترکیب این توابع مطلوبیت، مطلوبیت هر گزینه را تعیین می کند. ورودی های این تکنیک به شرح زیر است:

۱. ماتریس تصمیم؛
 ۲. بردار وزن شاخص ها؛
 ۳. نوع تابع مطلوبیت هر شاخص.
- مراحل پیاده سازی این تکنیک به صورت زیر است:

گام ۱. بهترین و بدترین مقادیر شاخص X_j را به ترتیب، $u_{1,(j)}$ و $u_{h,(j)}$ بنامید. بهترین مقدار یک شاخص مثبت، بیشترین مقدار آن و بدترین مقدار یک شاخص مثبت، کمترین مقدار آن است. درباره شاخص های منفی، بهترین و بدترین مقدار به ترتیب، برابر با کمترین و بیشترین مقدار آنها هستند. توجه داشته باشید که در روش اصلی، تنها بیشترین و کمترین مقادیر هر شاخص بدون توجه به علامت آن تعیین می شود؛ اما در اینجا، بهترین و بدترین مقادیر مشخص می شوند، بنابراین ماهیت شاخص ها مورد ملاحظه هستند.

گام ۲. برای هر شاخص، دستگاه ۲ معادله و ۲ مجهول زیر را تشکیل دهید.

$$\begin{cases} \alpha_j + \beta_j u_{1,(j)} = 0 \\ \alpha_j + \beta_j u_{h,(j)} = 1 \end{cases} \quad (13-4)$$

با توجه به اینکه مطلوبیت متناظر با u_1 را برابر با صفر و مطلوبیت متناظر با u_h را برابر با ۱ در نظر می گیریم، بنابراین جواب های این دستگاه نشان دهنده تابع مطلوبیت خطی شاخص X_j است. بدین صورت که β_j برابر با شیب تابع مطلوبیت خطی و α_j برابر با عرض از مبدأ این تابع برای شاخص X_j است. جواب این دستگاه همواره برابر است با:

$$\begin{cases} \alpha_j = -\frac{u_{1,(j)}}{u_{h,(j)} - u_{1,(j)}} \\ \beta_j = \frac{1}{u_{h,(j)} - u_{1,(j)}} \end{cases} \quad (14-4)$$

در شاخص های دارای ماهیت مثبت، داریم $\alpha_j < 0$ و $\beta_j > 0$ و در شاخص های دارای ماهیت منفی، داریم $\alpha_j > 0$ و $\beta_j < 0$.

گام ۳. با داشتن مقادیر α_j و β_j تابع مطلوبیت خطی شاخص X_j که با $f_j(a_{ij})$ نمایش داده می شوند، با استفاده از روابط زیر تعیین می شود.

$$X_j^+ \Rightarrow f_j(a_{ij}) = \begin{cases} 0 & a_{ij} \leq u_{1,(j)} \\ \alpha_j + \beta_j a_{ij} & u_{1,(j)} \leq a_{ij} \leq u_{h,(j)} \\ 1 & a_{ij} \geq u_{h,(j)} \end{cases}, \quad X_j^- \Rightarrow f_j(a_{ij}) = \begin{cases} 0 & a_{ij} \geq u_{1,(j)} \\ \alpha_j + \beta_j a_{ij} & u_{h,(j)} \leq a_{ij} \leq u_{1,(j)} \\ 1 & a_{ij} \leq u_{h,(j)} \end{cases} \quad (15-4)$$

گام ۴. ماتریس مطلوبیت را با جایگذاری مقادیر ماتریس تصمیم (a_{ij}) در تابع مطلوبیت شاخص متناظر با آن، تشکیل دهید.

$$u_{ij} = f_j(a_{ij}) \quad (16-4)$$

گام ۵. مطلوبیت‌های موزون گزینه‌ها به‌ازای شاخص‌ها را از حاصل ضرب مطلوبیت گزینه‌ها به‌ازای شاخص‌ها در وزن شاخص‌ها به‌دست آورید.

$$t_{ij} = u_{ij} \times w_j \quad (۱۷-۴)$$

گام ۶. مطلوبیت کل هر گزینه (U_i) را که برابر با مجموع سطری مطلوبیت‌های موزون است، محاسبه کنید.

$$U_i = \sum_{j=1}^n t_{ij} \quad (۱۸-۴)$$

گام ۷. گزینه‌ها را به‌ترتیب نزولی U_i رتبه‌بندی کنید.

مثال ۴-۸. کارشناسان یک شرکت پیمانکار قصد دارند تا بهترین نوع اسکلت ساختمانی پروژه کنونی را تعیین کنند. بدین منظور، ۴ شاخص تعیین شده و انواع اسکلت ارزیابی شده است که در جدول‌های زیر ملاحظه می‌شوند. تمامی شاخص‌ها از نوع خطی هستند. با استفاده از تکنیک MAUT و تشکیل دستگاه معادلات خطی، بهترین نوع اسکلت ساختمانی را بیابید.

گزینه	شاخص	زمان	عمر	مقاومت در برابر زلزله	هزینه
		X_1^-	X_2^+	X_3^+	X_4^-
اسکلت بتنی	A_1	۲/۷	۹/۱	۵/۸	۳۴/۸۳
اسکلت فلزی	A_2	۱/۵	۸	۴/۶	۵۲/۳۲
اسکلت کامپوزیت	A_3	۱/۸	۱۰/۲	۷	۶۰/۱۶
اسکلت پیش‌ساخته	A_4	۲/۲	۸/۲	۶	۵۱/۶۸
w_j		۰/۲۵	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۲۲

حل.

گام ۱. بهترین $[u_{h,(j)}]$ و بدترین $[u_{l,(j)}]$ مقدار هر شاخص را تعیین می‌کنیم.

	X_1	X_2	X_3	X_4
$u_{h,(j)}$	۱/۵	۱۰/۲	۷	۳۴/۸۳
$u_{l,(j)}$	۲/۷	۸	۴/۶	۶۰/۱۶

گام ۲. دستگاه‌های معادلات خطی را برای تمام شاخص‌ها تشکیل می‌دهیم و مقادیر α_j و β_j را محاسبه می‌کنیم؛ مثلاً برای شاخص X_3 داریم:

$$\begin{cases} \alpha_3 + \beta_3 u_{l,(3)} = 0 \\ \alpha_3 + \beta_3 u_{h,(3)} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_3 + 4/6\beta_3 = 0 \\ \alpha_3 + 7\beta_3 = 1 \end{cases}$$

معادله اول را قرینه کرده، مجموع دو معادله را محاسبه و ساده می‌کنیم تا β_3 محاسبه شود.

$$\begin{cases} -\alpha_3 - 4/6\beta_3 = 0 \\ \alpha_3 + 7\beta_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow (-\alpha_3 - 4/6\beta_3) + (\alpha_3 + 7\beta_3) = 0 + 1 \Rightarrow -\alpha_3 + \alpha_3 - 4/6\beta_3 + 7\beta_3 = 1$$

$$(-4/6 + 7)\beta_3 = 1 \Rightarrow \beta_3 = 0/4167$$

سپس با جایگذاری در معادله اول ($\alpha_3 + 4/6\beta_3 = 0$) مقدار α_3 را نیز محاسبه می‌کنیم.

$$\alpha_3 + 4/6\beta_3 = 0 \Rightarrow \alpha_3 + 4/6(0/4167) = 0 \Rightarrow \alpha_3 + 1/9167 = 0 \Rightarrow \alpha_3 = -1/9167$$

البته با استفاده از رابطه ۴-۱۴ نیز می‌توان مقادیر α_3 و β_3 را محاسبه کرد.

$$\begin{cases} \alpha_j = -\frac{u_{l_j}(r)}{u_{h_j}(r) - u_{l_j}(r)} = -\frac{4/6}{7-4/6} = -1/9167 \\ \beta_j = \frac{1}{u_{h_j}(r) - u_{l_j}(r)} = \frac{1}{2/4} = 0/4167 \end{cases}$$

مقادیر α_j و β_j برای ۴ شاخص مسئله به صورت زیر خواهد بود.

	X_1^-	X_2^+	X_3^+	X_4^-
α_j	۲/۲۵	-۳/۶۳۶۴	-۱/۹۱۶۷	۲/۳۷۵۰
β_j	-۰/۸۳۳۳	۰/۴۵۴۵	۰/۴۱۶۷	-۰/۰۳۹۵

گام ۳. توابع مطلوبیت خطی را تشکیل می‌دهیم.

$$f_1(a_{11}) = \begin{cases} 0 & a_{11} \geq 2/7 \\ 2/25 - 0/8333a_{11} & 1/5 \leq a_{11} \leq 2/7 \\ 1 & a_{11} \leq 1/5 \end{cases}$$

$$f_2(a_{12}) = \begin{cases} 0 & a_{12} \leq 8 \\ -3/6364 + 0/4545a_{12} & 8 \leq a_{12} \leq 10/2 \\ 1 & a_{12} \geq 10/2 \end{cases}$$

$$f_3(a_{13}) = \begin{cases} 0 & a_{13} \leq 4/6 \\ -1/9167 + 0/4167a_{13} & 4/6 \leq a_{13} \leq 7 \\ 1 & a_{13} \geq 7 \end{cases}$$

$$f_4(a_{14}) = \begin{cases} 0 & a_{14} \geq 60/16 \\ 2/3750 - 0/0395a_{14} & 34/83 \leq a_{14} \leq 60/16 \\ 1 & a_{14} \leq 34/83 \end{cases}$$

گام ۴. مطلوبیت گزینه‌ها به‌ازای شاخص‌ها را با جایگذاری a_{ij} ها در توابع مطلوبیت، محاسبه می‌کنیم؛ برای مثال:

$$\underbrace{u_{l_1}(r)}_{4/6} \leq \underbrace{a_{13}}_6 \leq \underbrace{u_{h_1}(r)}_7 \Rightarrow u_{13} = -1/9167 + 0/4167(a_{13}) = -1/9167 + 0/4167(6)$$

$$u_{13} = -1/9167 + 2/5002 = 0/5835$$

	X_1	X_2	X_3	X_4
A_1	۰	۰/۵	۰/۵	۱
A_2	۱	۰	۰	۰/۳۰۹۵
A_3	۰/۷۵	۱	۱	۰
A_4	۰/۴۱۶۷	۰/۰۹۰۹	۰/۵۸۳۵	۰/۳۳۴۸

گام ۵. ماتریس مطلوبیت موزون به ترتیب زیر است؛ برای مثال:

	X_1	X_2	X_3	X_4
A_1	۰	۰/۱۲	۰/۱۴۵۰	۰/۲۲
A_2	۰/۲۵	۰	۰	۰/۰۶۸۱
A_3	۰/۱۸۷۵	۰/۲۴	۰/۲۹	۰
A_4	۰/۱۰۴۲	۰/۰۲۱۸	۰/۱۶۹۲	۰/۰۷۳۷

$$t_{f2} = u_{f2} \times w_2 = ۰/۰۹۰۹ \times ۰/۲۴ = ۰/۰۲۱۸$$

گام ۶. مطلوبیت کل گزینه‌ها، یعنی U_i ها، به صورت زیر به دست می‌آیند.

گزینه‌ها	U_i
A_1	۰/۴۸۵۰
A_2	۰/۳۱۸۱
A_3	۰/۷۱۷۵
A_4	۰/۳۶۸۸

$$U_f = ۰/۱۰۴۲ + ۰/۰۲۱۸ + ۰/۱۶۹۲ + ۰/۰۷۳۷ = ۰/۳۶۸۸$$

گام ۷. گزینه‌ها را به ترتیب نزولی U_i رتبه‌بندی می‌کنیم.

گزینه‌ها	رتبه
اسکلت بتنی	A_1 ۲
اسکلت فلزی	A_2 ۴
اسکلت کامپوزیت	A_3 ۱
اسکلت پیش‌ساخته	A_4 ۳

بنابراین اسکلت کامپوزیت (A_3)، به عنوان بهترین نوع اسکلت‌بندی برای این پروژه انتخاب می‌شود.